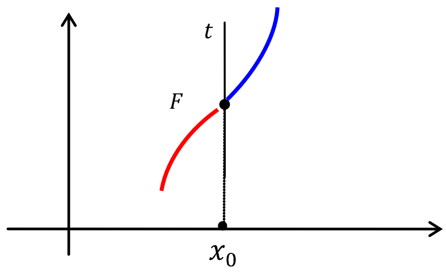
Punti di non derivabilità di una funzione

premessa

- sia data una funzione $y = f(x)$ ed un punto $\boldsymbol{x_0}$ appartenente al dominio D della funzione
- se $f(x)$ è derivabile nel punto $\boldsymbol{x_0}$ allora $f(x)$ sarà anche continua nel punto $\boldsymbol{x_0}$
- il teorema non si può invertire, infatti può accadere che una funzione sia continua in un punto ma non derivabile in esso
- i punti in cui si verifica la continuità ma NON la derivabilità sono i punti che appartengono al dominio della funzione ma non appartengono al dominio della derivata prima.
- questi punti possono essere **punti di flesso a tangente verticale** oppure **punti angolosi** oppure **punti cuspidali**

punto di flesso a tangente verticale



un punto x_0 si dice **punto di flesso a tangente verticale** per una funzione se i limiti della derivata prima da sinistra e da destra sono entrambi uguali a $+\infty$ oppure a $-\infty$

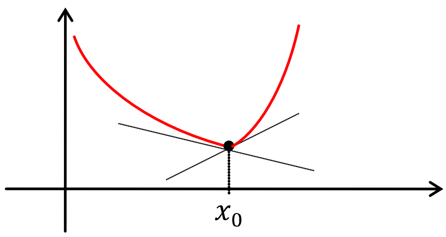
$$\lim_{x\to x_0^-} f'(x) = +\infty \qquad \lim_{x\to x_0^+} f'(x) = +\infty$$

oppure

$$\lim_{x\to x_0^-} f'(x) = -\infty \qquad \lim_{x\to x_0^+} f'(x) = -\infty$$

nel primo caso il punto di flesso si dice a tangente verticale **crescente**, nel secondo caso si dice a tangente verticale **decrescente**

punto angoloso

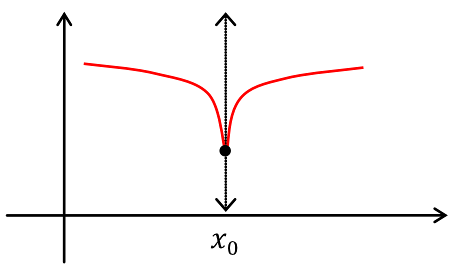


un punto x_0 si dice **punto angoloso** per una funzione se i limiti della derivata prima da sinistra e da destra sono diversi ed almeno uno dei due è finito

$$\lim_{x\to x_0^-} f'(x) \neq \lim_{x\to x_0^+} f'(x)$$

con **almeno** uno dei due limiti **finito**

punto cuspidale



un punto x_0 si dice **punto cuspidale** per una funzione se i limiti della derivata prima da sinistra e da destra sono uguali uno a $+\infty$ e l'altro a $-\infty$ o viceversa

$$\lim_{x\to x_0^-} f'(x) = -\infty \qquad \lim_{x\to x_0^+} f'(x) = +\infty$$

oppure

$$\lim_{x\to x_0^-} f'(x) = +\infty \qquad \lim_{x\to x_0^+} f'(x) = -\infty$$

nel primo caso si dice che il punto è una cuspide con vertice in **basso**, nel secondo caso si dice che il punto è una cuspide con vertice in **alto**

osservazioni

- I punti angolosi e cuspidali sono un esempio di punti in cui la funzione è continua ma non derivabile.
- I punti angolosi e cuspidali possono essere punti di massimo o di minimo per la funzione ma non possono essere individuati con i metodi tradizionali per la ricerca dei massimi e dei minimi poiché in essi la funzione è continua ma non derivabile. Per essi va fatta una specifica indagine basata sulla studio della crescenza e della decrescenza della funzione nell'intorno sinistro e nell'intorno destro del punto angoloso o del punto cuspidale.