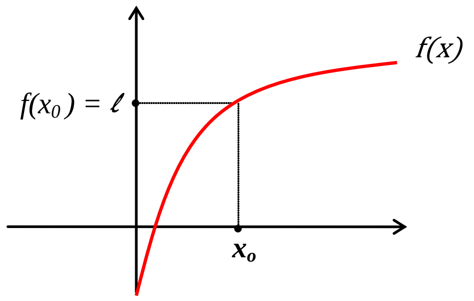
# Definizione di funzione continua – punti di discontinuità

## definizione di funzione continua in un punto $x_0$




- data una funzione $f(x)$ ed un punto $\boldsymbol{x_0}$ appartenente al dominio D della funzione
- la funzione $f(x)$ si dice **continua** nel punto $\boldsymbol{x_0}$ se:
- $il\ limite\ della\ funzione\ in\ x_0 = valore\ della\ funzione\ in\ x_0$ cioè:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$

**osserva che in un punto isolato la funzione è continua**

Una funzione si dice continua in un intervallo se è continua in tutti punti dell'intervallo

## osservazione importante

per studiare se una funzione è continua in un punto $\boldsymbol{x_0}$ appartenente al dominio D è necessario calcolare il limite da sinistra (se è possibile), il limite da destra (se è possibile) ed il valore della funzione nel punto $\boldsymbol{x_0}$.
Se questi tre valori sono tutti uguali allora la funzione sarà continua in quel punto, cioè se:

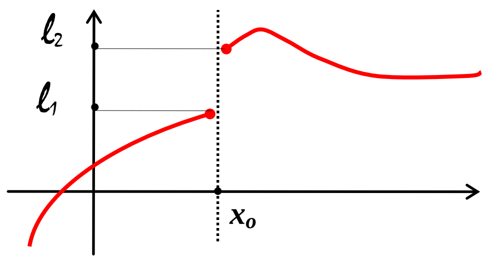
$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = \lim_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0)$$

un punto $\boldsymbol{x_0}$ di accumulazione per il dominio della funzione si dice di **discontinuità** per $f(x)$ se NON c'è l'eguaglianza dei tre valori precedenti e ciò può avvenire per diverse ragioni.

## punti di discontinuità e loro classificazione

un punto $\boldsymbol{x_0}$ di accumulazione per il dominio della funzione si dice di **discontinuità** per $f(x)$ se NON c'è l'eguaglianza dei tre valori precedenti e ciò può avvenire per diverse ragioni.
per classificare un punto $\boldsymbol{x_0}$ di discontinuità si calcolano separatamente il limite sinistro $\boldsymbol{l_1}$ ed il limite destro $\boldsymbol{l_2}$ della funzione in $x_0$ a seconda dei risultati trovati il punto $\boldsymbol{x_0}$ si classifica in una delle seguenti tre specie

## punto di discontinuità di prima specie

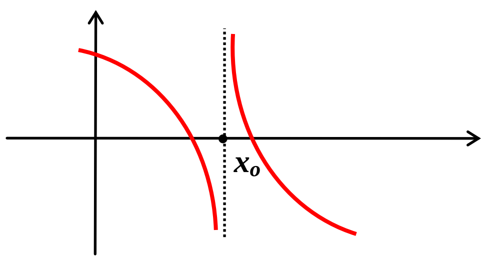



- $\boldsymbol{x_0}$ si dice **punto di discontinuità di prima specie** se i limiti sinistro e destro della funzione in $x_0$ sono **diversi e finiti** cioè:

$$\boldsymbol{l_1 \neq l_2} \quad \text{con} \quad l_1\ ed\ l_2\ \boldsymbol{finiti}$$

$|\, l_2 - l_1 \,|$ si dice salto della funzione

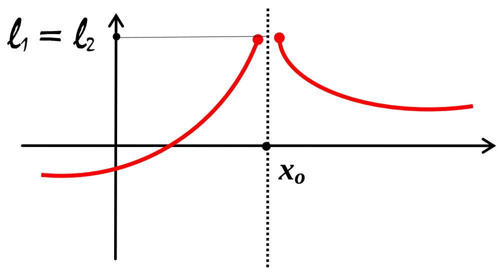
## punto di discontinuità di seconda specie




- $\boldsymbol{x_0}$ si dice **punto di discontinuità di seconda specie** se uno almeno dei due limiti sinistro o destro della funzione in $x_0$ è uguale a **infinito**, oppure **non esiste** cioè:

$$\boldsymbol{l_1} = \pm\infty \quad \text{oppure} \quad \boldsymbol{l_2} = \pm\infty$$

## punto di discontinuità di terza specie o eliminabile




- $\boldsymbol{x_0}$ si dice **punto di discontinuità di terza specie** o **eliminabile** se i limiti sinistro e destro della funzione in $x_0$ sono **uguali e finiti** ma **non esiste il valore della funzione in $\boldsymbol{x_0}$** oppure **esiste** ma risulta **diverso dal limite** cioè:

$$\boldsymbol{l_1 = l_2} \neq \boldsymbol{f(x_0)} \quad \text{con} \quad l_1\ ed\ l_2\ \boldsymbol{finiti}$$

**in questo caso la discontinuità si può eliminare ponendo $f(x_0) = l_1$**