Logaritmi

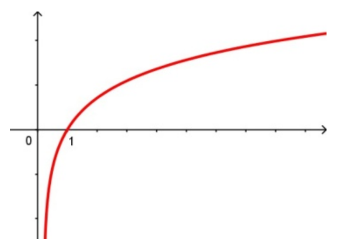
definizione		
il logaritmo di un numero è l'esponente $\boldsymbol{x}$ da dare alla base $\boldsymbol{a}$ per ottenere l'argomento $\boldsymbol{b}$ cioè: $\boldsymbol{a^x = b}$		
$\boldsymbol{log_a(b) = x}$ si legge: logaritmo in base $\boldsymbol{a}$ di $\boldsymbol{b}$ è uguale a $\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{a}$ si chiama **base** $\boldsymbol{b}$ si chiama **argomento** $\boldsymbol{x}$ è il **logaritmo** in base a di b	la base $\boldsymbol{a}$ deve essere: $\boldsymbol{a} > 0$ e $\boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{1}$ l'argomento $\boldsymbol{b}$ deve essere: $\boldsymbol{b} > 0$ il logaritmo $\boldsymbol{x}$ è un numero reale $\mathbb{R}$
proprietà		
$log_a(a) = 1$	$log_a(1) = 0$	$a^x > 0$

teoremi principali sui logaritmi		
$log_a(b \cdot c) = log_a(b) + log_a(c)$	teorema del prodotto	$log_2(3 \cdot x) = log_2(3) + log_2(x)$
$log_a\left(\frac{b}{c}\right) = log_a(b) - log_a(c)$	teorema del rapporto	$log_2\left(\frac{x}{3}\right) = log_2(x) - log_2(3)$
$log_a(b)^c = c\ log_a(b)$	teorema della potenza	$log_2(x)^3 = 3\,log_2(x)$
proprietà derivate dai teoremi principali		
$log_{a^n}(b)^m = \frac{m}{n} log_a\, b$	potenza alla base e all'argomento	$log_{2^3}(x)^4 = \frac{4}{3} log_2(x)$
$log_{\frac{1}{a}}(b) = log_{a^{-1}}(b) = -\,log_a(b)$	base frazionaria	$log_{\frac{1}{2}}(x) = -\,log_2(x)$
$log_a\left(\frac{1}{b}\right) = log_a(b^{-1}) = -\,log_a(b)$	argomento frazionario	$log_2\left(\frac{1}{x}\right) = -\,log_2(x)$
$log_{\frac{1}{a}}\left(\frac{1}{b}\right) = log_{a^{-1}}(b^{-1}) = log_a(b)$	base e argomento frazionario	$log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right) = log_2(x)$
$log_a(b) = \frac{1}{log_b(a)}$	scambiare la base con l'argomento	$log_x(2) = \frac{1}{log_2(x)}$
$log_a(b) = \frac{log_c(b)}{log_c(a)}$	formula del cambio di base	$log_3(x) = \frac{log_2(x)}{log_2(3)}$ $\quad log_2(5) = \frac{log_7(5)}{log_7(2)}$
$n = log_a(a)^n$	trasformare un numero n in logaritmo in base a	$5 = log_2(2)^5$ $\quad 3 = log_4(4)^3$
$n = a^{log_a(n)}$	trasformare un numero n in potenza	$5 = 2^{log_2(5)}$ $\quad 3 = 4^{log_4(3)}$

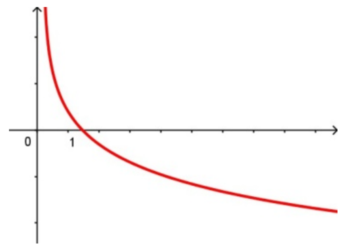
con il simbolo $\boldsymbol{ln(x)}$ si indica il logaritmo in base $\boldsymbol{e}$ dove $e = 2{,}71828182845\ldots$ detto "numero di Nepero"

sulle calcolatrici scientifiche sono presenti i tasti **log** e **ln** che consentono di calcolare i logaritmi in base 10 e in base "e". Per calcolare un logaritmo in una base diversa è necessario utilizzare la formula del cambio di base

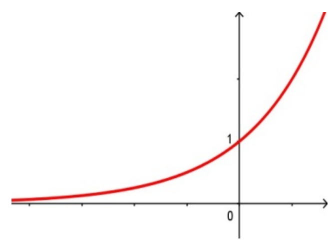
grafici delle funzioni logaritmo ed esponenziale



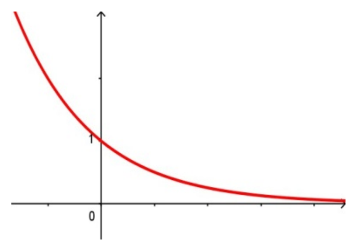
$\boldsymbol{y = \log_a(x)}$
logaritmo con base a > 1



$\boldsymbol{y = \log_a(x)}$
logaritmo con base 0 < a < 1



$\boldsymbol{y = a^x}$
esponenziale con base a > 1



$\boldsymbol{y = a^x}$
esponenziale a base 0 < a < 1